

8 janvier  
2020

# GROUPE MATHÉMATIQUES

2ème réunion



Que va-t-on faire?

## Programme de la matinée

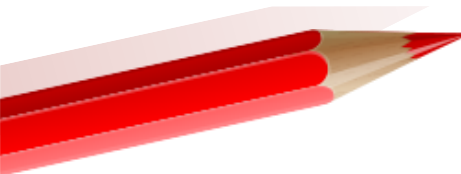
Poursuivre le travail débuté sur la résolution de problèmes  
reconnaître et construire des problèmes variés  
Elaborer la trace écrite

Echanger sur  
les difficultés, les résistances, les obstacles à l'acquisition de  
compétences nouvelles  
les réussites, l'intérêt, les progrès  
débuter plus tôt le travail proposition de progression sur les  
cycles


Aborder les problèmes multiplicatifs  
les différents types, ce qu'ils engagent



Partage  
d'expérience



Faisons le point sur votre pratique  
Vos difficultés      L'intérêt  
L'accompagnement  
Les ressources



# Travail par groupe de 4

## Analyser l'approche de la résolution de problème par Vergnaud

### Les points de résistance

- Mise en œuvre, fréquence de travail
- Difficultés rencontrées dans la préparation
- Difficultés dans la mise en œuvre
- Où se situent les difficultés des élèves
- Quel matériel utiliser pour la manipulation
- Transfèrent ils les compétences en dehors de ces situations d'apprentissages?

### Les bénéfices pour vos élèves

- Pour les élèves en difficultés
- Pour l'enseignant
- Où se situent leur réussite
- Réclament ils du matériel pour passer de la phase de manipulation à la phase de modélisation, schématisation?



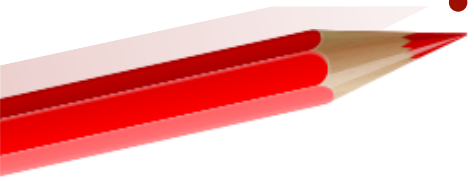
## PRINCIPES ESSENTIELS



Par exemple dans un énoncé il y a toujours un verbe conjugué, **la recherche de ce verbe va se traduire par :**

- une action (verbe dynamique) à mener sur un état on parle donc de transformation de l'état,

mais on peut aussi selon le verbe, avoir

- à opérer une comparaison ou une composition (présence généralement du verbe avoir : il y a....)
  - des actions consécutives (plusieurs dynamiques) on va parler de **composition de transformation**
- 

## A vous de jouer

1. Sur une rivière, il y a 30 canards noirs. Il y a 15 canards blancs de plus que de canards noirs. Combien y a-t-il de canards blancs ?

2. Sur une rivière, il y a 30 canards noirs et 45 canards blancs. Combien de canards blancs y a-t-il de plus que de canards noirs ?

3. Sur une rivière, il y a 45 canards blancs. Il y a 15 canards noirs de moins que de canards blancs. Combien y a-t-il de canards noirs ?

4. Sur une rivière, il y a 45 canards blancs et 30 canards noirs. Combien y a-t-il de canards en tout ?

5. Sur une rivière, il y a des canards blancs et des canards noirs. Il y a 75 canards en tout. 45 canards sont blancs. Combien y a-t-il de canards noirs ?

6. Sur une rivière, il y a des canards blancs et des canards noirs. Il y a 75 canards en tout. 30 canards sont noirs. Combien de canards sont blancs ?

7. Sur une rivière, il y a un groupe de canards. 30 canards s'en vont. 45 canards restent. Combien y avait-il de canards au début ?

8. Sur une rivière il y a 75 canards. Certains canards s'en vont. Il reste 45 canards. Combien de canards sont partis ?

9. Sur une rivière il y a 75 canards. 30 canards s'en vont. Combien de canards sont encore là ?

# Qu'en pensez vous?

Exemple de trace écrite



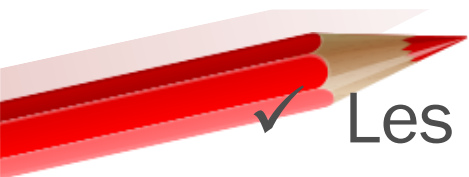
Je cherche...

combien il reste	une partie d'une collection	combien ça fait en tout	combien ça fait en tout	combien ça fait pour chacun	combien ça fait de groupes
		collections différentes	collections répétées	<b>PARTAGE</b>	<b>GROUPEMENT</b>
$25 - 12 = ?$ 	$28 - 17 = ?$ 	$13 + 12 = ?$ 	$5 + 5 + 5 + 5 = ?$ ou $5 \times 4 = ?$ 	$21$ 	$20$ 
Il reste 13 billes.	Il y a 11 billes bleues.	Il y a 25 billes.	Il y a 20 billes.	Chacun a 7 billes.	On peut faire 4 sacs
➡ SOUSTRACTION	➡ SOUSTRACTION	➡ ADDITION	➡ MULTIPLICATION	➡ DIVISION	➡ DIVISION
A	B	C	D	E	F

# Quelles traces écrites en math



- ✓ Un exercice d'élève étudié avec la classe est une trace écrite mais elle n'est suffisante que si elle permet de définir ce qu'a permis l'apprentissage de la situation. Cette trace structure l'apprentissage.
- ✓ Le bilan collectif de la séance d'apprentissage où l'enseignant note ce que les élèves lui expriment ce qu'ils ont appris est une trace écrite de structuration.
- ✓ Les traces écrites de structuration permettent définir l'apprentissage, d'en garder la mémoire. Mais elles ne sont pas à apprendre et n'apprennent qu'à l'enseignant le niveau d'acquisition et de compréhension des élèves.





# Quelles traces écrites



**Séance** →

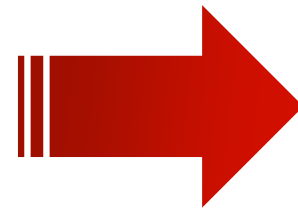
Trace de structuration de l'apprentissage

**Séance** →

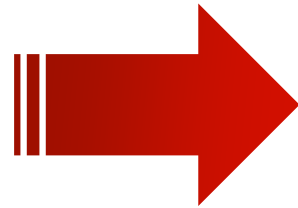
Trace de structuration de l'apprentissage

**Séance** →

Trace de structuration de l'apprentissage



Nouvelles traces restructurées des apprentissages



Nouvelles traces restructurées des apprentissages



**UNE TRACE ECRITE** qui **SYNTHETISE** l'**ENSEMBLE** des **APPRENTISSAGES** qui devient un **OUTIL** pour les élèves.....  
Fait avec les élèves

# Quelle trace écrite



- Point de vigilance:

Attention à ne pas tomber dans un formalisme didactique.

- Privilégier la verbalisation des élèves en y intégrant leur expérience des problèmes

C'est un problème qui ressemble à celui des voitures électriques vaut mieux qu'un problème de comparaison avec recherche du complément ou du composé.

# Des problèmes simples aux problèmes complexes

## Des problèmes simples oui mais....

- On augmenterait l'efficacité de la démarche en démarrant dès le cycle 2 la mise en œuvre et la fréquentation des problèmes de Vergnaud
- A aborder en conseil des maitres pour créer une progression et une harmonisation des démarches

## Objectifs de la démarche:

1. Créer un référentiel de problèmes permettant une résolution facile et efficace
2. Mélanger rapidement les différents types de problèmes pour activer régulièrement les différentes voies de résolution
3. S'en servir pour la résolution de problèmes complexes

TYPOLOGIE DES PROBLEMES ADDITIFS VERGNAUD

Progression en fonction de l'âge à partir duquel les élèves sont capables de résoudre.

PROGRESSION	Problèmes de type n°	Typologie	Représentation symbolique
GS	3	Transformation d'une mesure : transformation positive recherche de l'état final Max avait 5 billes, il en gagne 3. Combien en a-t-il maintenant ?	$5 \xrightarrow{+3} ?$
	1	Composition de mesures : recherche du composé Paul a 5 billes en verre et 3 billes en acier. Combien a-t-il de billes en tout ?	$\left. \begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right\} ?$
	5	Transformation d'une mesure : transformation négative recherche de l'état final Hugo avait 8 bonbons, il en mange 3. Combien lui en reste-t-il ?	$8 \xrightarrow{-3} ?$
CP	3, 1, 5 Procédures personnelles puis expertes	//	//
	(3, 1, 5)	//	//
	8 Procédures personnelles	Transformation d'une mesure : recherche de la transformation négative Léo a 3 billes. Avant de jouer, il en avait 8. Combien a-t-il perdu de billes ?	$8 \xrightarrow{?} 3$
7 Procédures personnelles	Transformation d'une mesure : recherche de la transformation positive Léo avait 3 billes avant de jouer. Il a maintenant 8 billes. Combien en a-t-il gagné ?	$3 \xrightarrow{?} 8$	
CE1	2	Composition de mesures : recherche du complément Alice a invité 8 enfants pour son anniversaire. 5 d'entre eux sont des garçons. Combien y a-t-il de filles ?	$\left. \begin{array}{l} 5 \\ ? \end{array} \right\} 8$
	6	Transformation d'une mesure : transformation positive recherche de l'état initial Lucie vient de recevoir 3 € de sa tante. Elle a maintenant 8 €. Combien avait-elle avant ?	$\begin{array}{ccc} & +3 & \\ & \longrightarrow & \\ ? & & 8 \end{array}$
	15 Procédures personnelles	Composition de deux transformations recherche de la transformation composée Axl a joué deux parties de billes. A la première, il en a gagné 5 et à la seconde, il en a gagné 3. Combien en a-t-il gagné en tout ?	$\begin{array}{ccccc} \square & +5 & \square & +3 & \square \\ \longrightarrow & & \longrightarrow & & \\ & & & & \longrightarrow \\ & & & & ? \end{array}$

CE1	milieu	9	<p>Comparaison de mesures : recherche du référent</p> <p>Lise a 8 billes . Léa a 3 billes de plus que Lise. Combien Léa a-t-elle de billes ?</p>	
		11 (fin CE1)	<p>Comparaison de mesures : recherche du référent</p> <p>Charlotte a 8 billes. Nina a 3 billes de moins que Charlotte. Combien Nina a-t-elle de billes ?</p>	
		13	<p>Comparaison de mesures : recherche de la comparaison positive</p> <p>Muriel a 8 billes. Sarah en a 3. Combien de billes Muriel a-t-elle de plus ?</p>	
		14	<p>Comparaison de mesures : recherche de la comparaison négative</p> <p>Muriel a 3 billes. Sarah en a 8. Combien de billes Muriel a-t-elle de moins ?</p>	
	fin Procédure personnelle	4	<p>Transformation d'une mesure : recherche de l'état initial</p> <p>Tom joue au jeu de l'oie. Il recule de 3 cases et se retrouve sur la case 5. De quelle case est-il parti ?</p>	
		10	<p>Comparaison de mesures : recherche du référent</p> <p>Léa a 8 billes. Elle a 3 billes de moins que Lise. Combien Lise a-t-elle de billes ?</p>	
		12	<p>Comparaison de mesures : recherche du référent</p> <p>Charlotte a 8 billes. Elle a 3 billes de plus que Nina. Combien Nina a-t-elle de billes ?</p>	
		17	<p>Composition de deux transformations recherche de la transformation composée</p> <p>Bill a joué deux parties. A la première, il a gagné 8 billes et à la deuxième, il en a perdu 3. Combien a-t-il gagné de billes en tout ?</p>	

PROGRESSION		Problèmes de type n°	Typologie	Représentation symbolique
CE2		4	<b>Transformation d'une mesure : recherche de l'état initial</b> Tom joue au jeu de l'oie. Il recule de 3 cases et se retrouve sur la case 5. De quelle case est-il parti ?	$? \xrightarrow{-3} 5$
		10	<b>Comparaison de mesures : recherche du référent</b> Léa a 8 billes. Elle a 3 billes de moins que Lise. Combien Lise a-t-elle de billes ?	$8 \begin{array}{c} \uparrow \\ -3 \\ ? \end{array}$
		12	<b>Comparaison de mesures : recherche du référent</b> Charlotte a 8 billes. Elle a 3 billes de plus que Nina. Combien Nina a-t-elle de billes ?	$8 \begin{array}{c} \uparrow \\ +3 \\ ? \end{array}$
	Fin	17	<b>Composition de deux transformations : recherche de la transformation composée</b> Bill a joué deux parties. A la première, il a gagné 8 billes et à la deuxième, il en a perdu 3. Combien a-t-il gagné de billes en tout ?	$\square \xrightarrow{+8} \square \xrightarrow{-3} \square$ $\xrightarrow{?}$
CM1		18	<b>Composition de deux transformations : recherche de la transformation composée</b> John a joué deux parties. A la première, il a perdu 3 billes et à la seconde, il en a gagné 8. Combien a-t-il gagné de billes en tout ?	$\square \xrightarrow{-3} \square \xrightarrow{+8} \square$ $\xrightarrow{?}$
CM2		19	<b>Composition de deux transformations : recherche d'une composante</b> Rachel a joué deux parties de billes. A la première, elle a perdu 8 billes. Elle a perdu en tout 3 billes. Combien en a-t-elle gagné à la deuxième ?	$\square \xrightarrow{-8} \square \xrightarrow{?} \square$ $\xrightarrow{-3}$
		20	<b>Composition de deux transformations : recherche d'une composante</b> Axel a joué deux parties de billes. A la deuxième, il en a perdu 8. En tout, il a perdu 3 billes. Combien a-t-il gagné de billes à la première partie ?	$\square \xrightarrow{?} \square \xrightarrow{-8} \square$ $\xrightarrow{-3}$
		16 Fin CM2 collège	<b>Composition de deux transformations : recherche d'une composante</b> Bruno joue deux fois aux billes. Au second jeu, il perd 5 billes. Après les deux jeux, il a gagné 3 billes. Combien de billes a-t-il gagné au premier jeu ?	$\square \xrightarrow{?} \square \xrightarrow{-5} \square$ $\xrightarrow{+3}$



# Les problèmes multiplicatifs

# Des Comparaisons multiplicatives

Les notions  $\times$  plus et  $\times$  moins sont à travailler parallèlement pour créer l'automatisation de la multiplication ou de la division.

C'est elle qui va induire la fonction inverse de la multiplication: la division

Autrement dit quand on ne multiplie pas..... On divise

Comparaison multiplicative : recherche du référent

Pierre a 9 ans et son père est 4 fois plus âgé que lui.  
Quel est l'âge de son père ?

Comparaison multiplicative : recherche du référent

Le père de Pierre a 36 ans, il est 4 fois plus âgé que son fils.  
Quel est l'âge de Pierre ?

Comparaison multiplicative : recherche du nombre de fois plus.

J'ai 40 billes et Tom en a 80.  
Tom en a combien de fois plus que moi ?



# Les transformations de grandeurs

C'est un problème de transformation.... Le schéma est connu....

Une fois abordé il faut les travailler parallèlement avec les problèmes additifs de transformation

Transformation de grandeurs : recherche de l'état initial

Un smartphone a une épaisseur de 8 mm. Son épaisseur a été divisée par 4 en 4 ans. **Quelle était son épaisseur originelle ?**

Transformation de grandeurs : recherche de l'état final

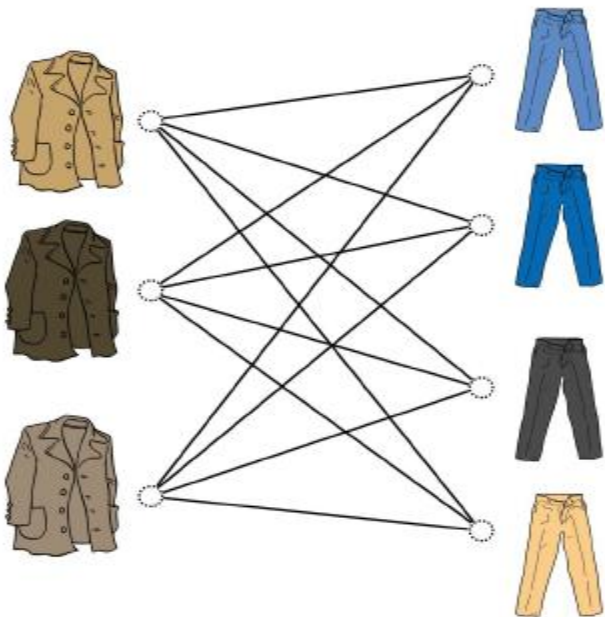
Une image mesure 10 cm de long. Je l'agrandis par un coefficient d'agrandissement de 2. **Quelle est sa longueur actuelle ?**

Transformation de grandeurs : recherche de la transformation divisive

Sur une carte, une route mesure 10 cm. En réalité elle mesurait 1 m. **Quel est le rétrécissement de la carte ?**

# Le produit cartésien

passage à la modélisation compliqué  
Implique une représentation de type combinatoire



Produit Cartésien : recherche de l'ensemble produit

Il y a 3 vestes et 4 pantalons. Combien de tenues puis-je former ? Il y a 4 colliers, 2 bracelets et 5 bagues. Combien y a-t-il d'ensembles ?

Produit Cartésien : recherche d'un ensemble

Je peux former 12 ensembles avec 3 vestes et des pantalons. Combien ai-je de pantalons ?

Je peux former 40 parures avec 4 colliers, 2 bracelets et des bagues. Combien ai-je de bagues ?

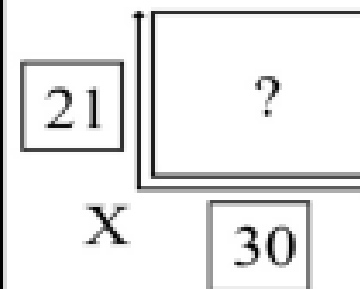
# La configuration rectangulaire

Elle reprend toutes les situations de mesure d'aire et de longueur

Elle est identique au modèle du produit cartésien

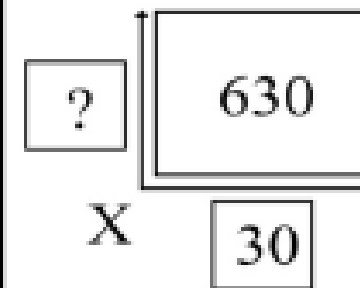
Configuration rectangulaire : recherche de l'aire

Une feuille mesure 30 cm de Long et 21 cm de large. Quelle est son aire en  $\text{cm}^2$  ?



Configuration rectangulaire : recherche d'une grandeur.

Une feuille à une aire de 630  $\text{cm}^2$ . Sa longueur est 30 cm. Quelle est sa longueur en cm ?



# La proportionnalité simple

Ces problèmes mettent en œuvre la procédure de la règle de 3 à ne pas confondre avec le produit en croix.

Il ne faut pas limiter la résolution à l'unique procédure de la règle de 3 que l'on appelle aussi quatrième de proportionnel

Proportionnalité simple, multiplication : Recherche du nombre d'éléments

1 dictionnaire coûte 38 €.

Combien coûtent 8 dictionnaires ?

Proportionnalité simple, division/partition : Recherche du nombre d'éléments par part

L'achat de 12 dictionnaires identiques a coûté 372 €.

Quel est le prix d'un seul dictionnaire ?

Proportionnalité simple, division/quotition : Recherche du nombre de parts

Une fermière range 48 œufs dans des boîtes de 6 œufs.

Combien de boîtes d'œufs remplit-elle ?

Proportionnalité simple : Règle de 3

4 dictionnaires identiques pèsent 10 kg.

Combien pèseraient 14 dictionnaires ?

4	10
14	?

Les situations aussi simples doivent être travaillées parallèlement au travail de la proportionnalité. Il enrichit les situations de proportionnalité, permet d'enclencher des automatismes de résolutions, de travailler les multiples qui facilitent les procédures de résolutions.

*« Avec 11 litres de carburant, je peux rouler sur une distance de 100 km. Avec 66 litres de carburant quelle distance puis-je parcourir ? »*

*(Cas où l'élève ne remarque pas « l'évidence » du rapport)*

1) L'élève passant par la division d'abord obtient alors pour cette première étape :

$$100 \div 11 = 9,0909090909\dots$$

Il lui faut donc arrondir à 9,1 ou 9,09 selon le degré de précision voulu.

Puis en multipliant nous obtenons :

$9,1 \times 66 = 600,6$  km soit 600 km et 600 m. Ou  $9,09 \times 66 = 599,94$  soit 599 km et 940 m.

*« Avec 11 litres de carburant, je peux rouler sur une distance de 100 km. Avec 66 litres de carburant quelle distance puis-je parcourir ? »*

*(Cas où l'élève ne remarque pas « l'évidence » du rapport)*

1) L'élève passant par la division d'abord obtient alors pour cette première étape :


$$100 \div 11 = 9,0909090909\dots$$

Il lui faut donc arrondir à 9,1 ou 9,09 selon le degré de précision voulu.

Puis en multipliant nous obtenons :

$9,1 \times 66 = 600,6$  km soit 600 km et 600 m. Ou  $9,09 \times 66 = 599,94$  soit 599 km et 940 m.

**Il aurait été préférable de constater que 66 est 6 fois plus grand que 11, et que donc la distance est une valeur entière.**

## Essayons dans nos classes....

1. On prend rendez vous ensemble pour ceux que je n'ai pas encore rencontré en priorité
2. On imagine ensemble la séance
3. On la co-anime
4. On observe maitre et élève
5. On améliore et on recommence

### INTERETS

- Acquérir des postures professionnels
- Observer nos élèves dans leur questionnement, leurs échecs
- Les voir résoudre des problèmes seuls ou en groupe
- Analyser leurs procédures
- Ne plus être seul dans sa classe
- Se saisir du référent pour trouver ensemble des mises en œuvre, des réponses didactiques, des éléments de la recherche



Bon Mercredi  
à tous

Merci pour votre  
engagement

